

# 開法

kohzeki

2006年9月

## 0 はじめに

本文書は、珠算経験者(一級合格者程度を想定)が開法計算を実施する上で、必要と思われる内容を一通り整理し、まとめたものです。本文書で扱う内容は、一般的に知られている方法であり、全国珠算教育連盟主催の珠算段位検定試験において既に開法問題を選択し、高段取得されている方は、本文書の対象ではありません。

開法計算には開平と開立の二種目があり、段位検定試験では合わせて制限時間7分で行います。以下本文書で説明している方法において、開平では平方九九と半九九、開立では三乗九九を利用しますので、適宜覚えるようにしてください。

本文では、三乗九九は $7^3 = 343$ のように表記しています。

平方九九		半九九		三乗九九	
1 * 1	⇒ 1	1 * 1	⇒ 0.5	1 * 1	⇒ 1
2 * 2	⇒ 4	2 * 2	⇒ 2	2 * 2	⇒ 8
3 * 3	⇒ 9	3 * 3	⇒ 4.5	3 * 3	⇒ 27
4 * 4	⇒ 16	4 * 4	⇒ 8	4 * 4	⇒ 64
5 * 5	⇒ 25	5 * 5	⇒ 12.5	5 * 5	⇒ 125
6 * 6	⇒ 36	6 * 6	⇒ 18	6 * 6	⇒ 216
7 * 7	⇒ 49	7 * 7	⇒ 24.5	7 * 7	⇒ 343
8 * 8	⇒ 64	8 * 8	⇒ 32	8 * 8	⇒ 512
9 * 9	⇒ 81	9 * 9	⇒ 40.5	9 * 9	⇒ 729

# 目次

0	はじめに	1
1	開平	3
1.1	開平の意味	3
1.2	初根 3 以下の例	3
1.3	練習問題	3
1.4	根が 3 桁以上の例	3
1.5	特別な立商をする例	4
1.6	練習問題	4
1.7	初根 4 以上 (一部 3 の場合もあり) の例	4
1.8	練習問題	4
1.9	練習問題 (根が 3 桁以上)	5
1.10	根に 0 を含む例	5
1.11	練習問題	5
1.12	練習問題	5
1.13	小数を含む問題の例	6
1.14	練習問題	6
1.15	練習問題	6
2	開立	7
2.1	開立の意味	7
2.2	初根が 3 以下の例	7
2.3	練習問題	7
2.4	初根が 4 以上の例	7
2.5	練習問題	8
2.6	かけ戻しが発生する例	8
2.7	練習問題	8
2.8	根が 3 桁以上の例	8
2.9	練習問題	8
2.10	大きな立商をする例 (1)	9
2.11	練習問題	9
2.12	途中で根をずらす必要がある例	9
2.13	練習問題	9
2.14	大きな立商をする例 (2)	9
2.15	練習問題	10
2.16	最後の立方が引けず、根の修正が必要な例	10
2.17	練習問題	10
2.18	根に 0 を含む例	10
2.19	練習問題	11
2.20	小数問題の例	11
2.21	練習問題	11
3	あとがき	11
4	練習問題解答	12

# 1 開平

## 1.1 開平の意味

「かいへい」と読みます。問題は  $\sqrt{23,088,025}$  のような形式で出題されます。記号を含め、「ルート 23,088,025」と読みます。「23,088,025 の平方根」と言うこともあります。

計算の意味としては、二乗 (同じ数を二回かけ算すること・「平方する」ということもある) してその値になるような数字を求めます。この場合、 $4,805 \times 4,805 = 23,088,025$  となるので、 $\sqrt{23,088,025} = 4,805$

## 1.2 初根 3 以下の例

$$\sqrt{529} = 23$$

一位から二桁単位で分割し (5|29)、まず 5 に注目します。最初は平方九九を見て答が 5 に近いものを探します。 $2 * 2 \Rightarrow 4$  が 5 に最も近いので、初根 2 を **5 の一桁とんで左** に置きます (頭の中:20529)。問題を二桁単位で分割した際の最上位 (今の場合は 5) が一桁の場合、このように一桁とんで左に初根を置きます。 $2 * 2 \Rightarrow 4$  を引きます (頭の中:20129)。残り 129 を 0.5 倍しながら盤面に置きます。(盤面:200645)

645 を見て初根 2 で割ります。 $6 \div 2$  で商 3 を立て (盤面:230645)、 $3 \times 23$  を計算し盤面から引くと考えます。3 の一つとんで右の桁から、 $3 \times 2 = 6$ 、 $3 * 3 \Rightarrow 4.5$  を引き完了です。(自分自身とかける場合は半九九)。

## 1.3 練習問題

$\sqrt{169} =$	$\sqrt{225} =$
$\sqrt{121} =$	$\sqrt{256} =$
$\sqrt{576} =$	$\sqrt{729} =$
$\sqrt{961} =$	$\sqrt{784} =$

## 1.4 根が 3 桁以上の例

$$\sqrt{60,516} = 246$$

一位から二桁単位で分割し (6|05|16)、平方九九で答が 6 に近いものを探します。 $2 * 2 \Rightarrow 4$  が 6 に最も近いので、初根 2 を **6 の一桁とんで左** に立てます (頭の中:2060516)。 $2 * 2 \Rightarrow 4$  を引き (頭の中:2020516)、残り 20516 を 0.5 倍しながら盤面に置きます。(盤面:2010258)

10258 を初根 2 で割ります。 $10 \div 2$  と考えるので商を 5 としたいところですが、その場合  $5 \times 25$  を考慮することとなり、 $5 \times 2 = 10$  の次の  $5 * 5 \Rightarrow 12.5$  が引けなくなります。そこで、商を 4 としておきます (盤面:2410258)。 $4 \times 24$  を盤面から引くと考え、4 の一つとんで右の桁より順に  $4 \times 2 = 8$ 、 $4 * 4 \Rightarrow 8$  を引きます (自分自身とかける場合は半九九、盤面:2401458)。

1458 を根 24 で割ります。同様に、商として 7 を立てると足りないので、商を 6 としておきます (盤面:2461458)。この先、 $6 \times 246$  を引くと考え、6 のすぐ右隣の桁より順に  $6 \times 2 = 12$ 、 $6 \times 4 = 24$ 、 $6 * 6 \Rightarrow 18$  を引き完了です。(自分自身とかける場合は半九九)

### 1.5 特別な立商をする例

$$\sqrt{841} = 29$$

一位から二桁単位で分割し (8|41)、平方九九で答が 8 に近いものを探します。2 \* 2 ⇒ 4 が近いので、初根 2 を 8 の一桁とんで左に立てます (頭の中:20841)。2 \* 2 ⇒ 4 を引き (頭の中:20441)、残り 441 を 0.5 倍しながら盤面に置きます。(盤面:202205)

次に 2205 を 2 で割ることを考えますが、1 を立てることはできません (22 の一桁とんで左に 1 を立てようとしてもあいていません)。この場合は **22 のすぐ左隣に 9 を立て** (盤面:292205)、9 \* 29 を計算すると考えます。9 を立てたすぐ右隣から、9 \* 2 = 18、9 \* 9 ⇒ 40.5 を引き完了です。(自分自身とかける場合は半九九)

### 1.6 練習問題

$\sqrt{55,696} =$	$\sqrt{65,536} =$
$\sqrt{17,956} =$	$\sqrt{83,521} =$
$\sqrt{48,841} =$	$\sqrt{2,518,569} =$
$\sqrt{99,856} =$	$\sqrt{8,485,569} =$
$\sqrt{97,344} =$	$\sqrt{3,948,169} =$
$\sqrt{4,558,225} =$	$\sqrt{386,436,964} =$
$\sqrt{9,759,376} =$	$\sqrt{998,433,604} =$
$\sqrt{4,888,521} =$	$\sqrt{616,826,896} =$
$\sqrt{446,181,129} =$	$\sqrt{885,122,001} =$

### 1.7 初根 4 以上 (一部 3 の場合もあり) の例

$$\sqrt{1,764} = 42$$

一位から二桁単位で分割し (17|64)、17 に対し平方九九で答が近いものを探します。4 \* 4 ⇒ 16 が 17 に最も近いので、初根 4 を **17 のすぐ左隣の桁に**立てます (頭の中:41764)。二桁単位で分割した最上位 (この場合は 17) が二桁の場合、このように初根は最上位のすぐ左隣の桁に置きます。4 \* 4 ⇒ 16 を引き (頭の中:40164)、残り部分 164 を 0.5 倍しながら盤面に置きます。(盤面:40082)

82 を初根 4 で割ります。8 ÷ 4 で商 2 を立て (盤面:42082)、2 \* 42 を引くと考えます。2 \* 4 = 8、2 \* 2 ⇒ 2 を引き完了です。(自分自身とかける場合は半九九)。

### 1.8 練習問題

$\sqrt{1,024} =$	$\sqrt{1,521} =$
$\sqrt{1,849} =$	$\sqrt{2,401} =$
$\sqrt{2,304} =$	$\sqrt{5,929} =$
$\sqrt{7,744} =$	$\sqrt{6,084} =$
$\sqrt{2,025} =$	$\sqrt{9,801} =$

### 1.9 練習問題 (根が 3 桁以上)

$\sqrt{104,976} =$	$\sqrt{40,005,625} =$
$\sqrt{191,844} =$	$\sqrt{60,000,516} =$
$\sqrt{777,924} =$	$\sqrt{70,006,689} =$
$\sqrt{630,436} =$	$\sqrt{17,464,041} =$
$\sqrt{100,489} =$	$\sqrt{69,989,956} =$
$\sqrt{80,156,209} =$	$\sqrt{2,036,626,641} =$
$\sqrt{56,640,676} =$	$\sqrt{3,498,604,201} =$
$\sqrt{18,395,521} =$	$\sqrt{9,634,207,716} =$
$\sqrt{13,133,376} =$	$\sqrt{7,743,296,016} =$

### 1.10 根に 0 を含む例

$$\sqrt{253,009} = 503$$

一位から二桁単位で分割し (25|30|09)、25 に対し初根 5 を立てます (頭の中:5253009)。5 \* 5 ⇒ 25 を引いた残り 3009 を 0.5 倍しながら盤面に置きます。(盤面:50015045)

15045 を初根 5 で割ります。商 3 を立て (盤面:50315045)、3 \* 5 = 15、3 \* 0 = 0、3 \* 3 ⇒ 4.5 を引きます (自分自身とかける場合は半九九)。根に 0 を含んでも、通常の除算と同様に桁をずらすだけで、特別なことはありません。

### 1.11 練習問題

$\sqrt{40,401} =$	$\sqrt{1,002,001} =$
$\sqrt{90,601} =$	$\sqrt{4,032,064} =$
$\sqrt{651,249} =$	$\sqrt{82,446,400} =$
$\sqrt{672,400} =$	$\sqrt{65,723,449} =$

### 1.12 練習問題

ひっかけ問題があるので、注意して計算しましょう。割り切れなかったら、そこまでで計算を止めて答を書き、答の右に×印をつけてください。

$\sqrt{121} =$	$\sqrt{674,041} =$
$\sqrt{178} =$	$\sqrt{848,241} =$
$\sqrt{212} =$	$\sqrt{4,004,010} =$
$\sqrt{292} =$	$\sqrt{9,036,072} =$
$\sqrt{10,202} =$	$\sqrt{1,024,148} =$
$\sqrt{99,892} =$	$\sqrt{6,260,008} =$
$\sqrt{103,042} =$	$\sqrt{2,262,160} =$
$\sqrt{164,872} =$	$\sqrt{2,025,720,640} =$

### 1.13 小数を含む問題の例

小数を含む場合は、一位(小数点のところ)から左右にそれぞれ二桁ずつ桁を数え、答の桁数を決定します。問題の整数部二桁につき答の整数部一桁、同様に問題の小数部二桁につき答の小数部一桁となります。

- $\sqrt{182.25} = 13.5$

1|82||25 と分割し、計算します(|| は小数点を強調しているだけです)。小数点を中心に左右に数えることに注意。答は、整数部が二桁、小数部が一桁です。(端数処理がない場合)

- $\sqrt{0.0000081225} = 0.00285$

0||00|00|08|12|25 と分割し、初根は 08 部分に近い根を考えます。小数以下のゼロ二桁につき、答のゼロが一桁増えます。今回の場合は、答は 0.00xx となります。

### 1.14 練習問題

$\sqrt{37,950.9361} =$	$\sqrt{1,017.865216} =$
$\sqrt{4.613904} =$	$\sqrt{81.04320576} =$
$\sqrt{9.67769881} =$	$\sqrt{16,814,100.25} =$
$\sqrt{0.01684804} =$	$\sqrt{0.5027519025} =$
$\sqrt{0.0000008988004} =$	$\sqrt{0.000062378404} =$

### 1.15 練習問題

検定試験で出題される問題では、端数処理が必要です。各問題ごとに右側に示される位未満四捨五入して、答を記入してみましょう。

$\sqrt{258,064} =$	整数位	$\sqrt{665,492.7} =$	小数第 1 位
$\sqrt{20,976,400} =$	整数位	$\sqrt{592,770} =$	整数位
$\sqrt{0.12680721} =$	小数第 4 位	$\sqrt{0.64681805} =$	小数第 4 位
$\sqrt{81.1801} =$	小数第 2 位	$\sqrt{960,230,509.8} =$	小数第 1 位
$\sqrt{12,574,825.21} =$	小数第 1 位	$\sqrt{62,438,927} =$	整数位
$\sqrt{2,025.9001} =$	小数第 2 位	$\sqrt{0.0002162369} =$	小数第 5 位
$\sqrt{0.006675216804} =$	小数第 6 位	$\sqrt{1,225,580,000} =$	整数位
$\sqrt{1,674,282,724} =$	整数位	$\sqrt{56.56408} =$	小数第 4 位
$\sqrt{357,604} =$	整数位	$\sqrt{0.1610923} =$	小数第 4 位
$\sqrt{81.75414724} =$	小数第 4 位	$\sqrt{0.019379000001} =$	小数第 6 位

## 2 開立

### 2.1 開立の意味

「かいらつ」「かいらゆう」などと読みます。問題は $\sqrt[3]{3,944,312}$ のような形式で出題されます。「3,944,312の三乗根」「3,944,312の立方根」などと呼びます。記号はルートと似ていますが、左側に小さな $^3$ をつけて平方根と三乗根を区別します。

計算の意味としては、三乗(同じ数を三回かけ算すること)してその値になるような数字を求めます。

例:  $158 \times 158 \times 158 = 3,944,312$  となるので、 $\sqrt[3]{3,944,312} = 158$  です。なお、 $158 \times 158 \times 158$  を今後は  $158^3$  と表します。数字右上の $^3$ で三乗を意味します。

### 2.2 初根が3以下の例

$$\sqrt[3]{12,167} = 23$$

一位から三桁単位で分割し(12|167)、12に一番近い立方根を考えます。分割は定位点通りなので考えやすいと思います。今の場合、 $2^3 = 8$ が12に一番近いので、初根は2です。初根が1、2、3の場合は、最上位の定位点を一位とみなしたときに一万の位に根を立てます。(盤面:020|012|167)

$2^3 = 8$ を引き、盤面左端に根を3倍した値(今の場合 $2 \times 3 = 6$ )を置きます。(盤面:左端に6、中央に020|004|167) 次の3桁のうち2番目の桁までを見て、それを左端の値で割ります。今の場合 $416 \div 6$ を除算と同様に盤面上で計算します。商69を立て、引き算が完了すると盤面は020|069|027となっています。

続いて今の商69を最初の根2で割ります。商3を立て(盤面:023|069|027)、 $3 \times 2 = 6$ 、 $3 \times 3 = 9$ を引きます(盤面:023|000|027)。最後に、隣の3桁に移動し、 $3^3 = 27$ を引いて完了です。

### 2.3 練習問題

$\sqrt[3]{1,331} =$	$\sqrt[3]{32,768} =$
$\sqrt[3]{1,728} =$	$\sqrt[3]{35,937} =$
$\sqrt[3]{2,197} =$	$\sqrt[3]{9,261} =$
$\sqrt[3]{10,648} =$	$\sqrt[3]{29,791} =$

### 2.4 初根が4以上の例

$$\sqrt[3]{373,248} = 72$$

一位から三桁単位で分割し(373|248)、373に一番近い立方根を考えます。 $7^3 = 343$ が373に一番近いので、初根は7です。初根が4以上の場合は、最上位の定位点を一位とみなしたときに十万の位に根を立てます。(盤面:700|373|248)  $7^3 = 343$ を引き、盤面左端に根を3倍した値( $7 \times 3 = 21$ )を置きます。(盤面:左端に21、中央に700|030|248) 次の3桁のうち2番目の桁までを見て、それを左端の値で割ります。 $3024 \div 21$ を除算と同様に盤面上で計算します。商144を立て、引き算が完了すると盤面は701|440|008となっています。

今の商144を最初の根7で割ります。商2を立て(盤面:721|440|008)、 $2 \times 7 = 14$ 、 $2 \times 2 = 4$ を引きます(盤面:720|000|008)。最後に、隣の3桁に移動し、 $2^3 = 8$ を引いて完了です。

## 2.5 練習問題

$\sqrt[3]{74,088} =$	$\sqrt[3]{614,125} =$
$\sqrt[3]{140,608} =$	$\sqrt[3]{592,704} =$
$\sqrt[3]{753,571} =$	$\sqrt[3]{884,736} =$
$\sqrt[3]{148,877} =$	$\sqrt[3]{830,584} =$

## 2.6 かけ戻しが発生する例

$$\sqrt[3]{97,336} = 46$$

97に一番近い立方根を考えます。 $4^3 = 64$ が97に一番近いので、初根4を立て $4^3 = 64$ を引きます。3倍した12を左端に置きます。(盤面:左端に12、中央に400|033|336)

次の3桁のうち2番目の桁までを見て、 $3333 \div 12$ を盤面上で計算し商277を得ます。(盤面:402|770|096)

今の商277を最初の根4で割ります。商6を立て(盤面:462|770|096)、 $6 \times 4 = 24$ 、 $6 \times 6 = 36$ を引きます。(盤面:460|010|096)

ここで、盤面中央に1余りが出ている。この余りは盤面左端の12とかけ算をし、足し戻しておきます。 $1 \times 1 = 1$ 、 $1 \times 2 = 2$ を順次足し戻します。(盤面:460|000|216)

最後に、 $6^3 = 216$ を引いて完了です。

## 2.7 練習問題

$\sqrt[3]{3,375} =$	$\sqrt[3]{110,592} =$
$\sqrt[3]{91,125} =$	$\sqrt[3]{175,616} =$
$\sqrt[3]{185,193} =$	$\sqrt[3]{17,576} =$
$\sqrt[3]{19,683} =$	$\sqrt[3]{681,472} =$

## 2.8 根が3桁以上の例

$$\sqrt[3]{370,146,232} = 718$$

370|146|232と分割し、370に一番近い立方根7を立て、 $7^3 = 343$ を引き、盤面左端に21を置きます。 $2714 \div 21$ を盤面上で計算し、商129を得ます。(盤面:左端に21、中央に701|290|056|232)

$129 \div 7$ で1を立商し、 $1 \times 7 = 7$ 、 $1 \times 1 = 1$ を引きます。(盤面:710|580|056|232)。余り58は21とかけ戻します。

$8 \times 21$ 、 $5 \times 21$ を順次計算し、足し戻します。(盤面:710|012|236|232)

$1^3 = 1$ を次の3桁(236)から引き、根71までを確定します。(盤面:710|012|235|232)

今確定した根1の3倍を左端にかけ足します。左端に213と置いてある状態となります。

次の3桁に注目し、 $1223523 \div 213$ を計算します。商5744を立て、盤面は710|574|400|512となります。 $5744 \div 71$ で商8を立て、 $8 \times 7 = 56$ 、 $8 \times 1 = 8$ 、 $8 \times 8 = 64$ 、最後に隣の3桁から $8^3 = 512$ を引いて完了です。

## 2.9 練習問題

$\sqrt[3]{2,097,152} =$	$\sqrt[3]{766,060,875} =$
$\sqrt[3]{17,173,512} =$	$\sqrt[3]{961,504,803} =$
$\sqrt[3]{52,734,375} =$	$\sqrt[3]{447,697,125} =$
$\sqrt[3]{31,255,875} =$	$\sqrt[3]{31,464,710,893} =$
$\sqrt[3]{237,176,659} =$	$\sqrt[3]{381,551,383,277} =$



## 2.10 大きな立商をする例 (1)

$$\sqrt[3]{6,859} = 19$$

$1^3 = 1$  を引き、3 倍した 3 を盤面左端に置き、 $585 \div 3$  を盤面上で進め商 195 を得ます。(盤面:010|195|009)

$195 \div 1$  を考えることになりましたが、この場合は 195 のすぐ左隣に 9 を立商し(盤面:019|195|009)、019 の右隣を十位として  $9 \times 1=9$ 、 $9 \times 9=81$  を順次引きます。(盤面:019|024|009)

余り 24 は左端の 3 とかけ戻し、 $9^3 = 729$  を引いて完了です。

## 2.11 練習問題

$\sqrt[3]{59,319} =$	$\sqrt[3]{5,832} =$
$\sqrt[3]{205,379} =$	$\sqrt[3]{21,952} =$
$\sqrt[3]{328,509} =$	$\sqrt[3]{4,913} =$

## 2.12 途中で根をずらす必要がある例

$$\sqrt[3]{45,499,293} = 357$$

45 に一番近い立方根 3 を初根とし、 $3^3 = 27$  を引きます。左端に 3 倍の 9 を置きます。(盤面:左端に 9、中央に 030|018|499|293)

1849 を 9 で割り、商 205 を得ます。(盤面:030|205|049|293)

205 を 3 で割ります。6 を立てると次の  $6 \times 6=36$  が引けないので、5 を立て  $5 \times 3=15$ 、 $5 \times 5=25$  を引きます。(盤面:035|030|049|293)

余り 3 を左端の 9 でかけ戻し(盤面:035|002|749|293)、 $5^3 = 125$  を引きます。(盤面:035|002|624|293)

決定した根 5 の 3 倍、15 を左端に足します。この時点で左端は 105 となりますが、この時点で左端の桁が繰り上がるので、それに合わせ盤面の根 (35) を左に 1 桁ずつずらします。盤面:350|002|624|293

$262429 \div 105$  を盤面上で進め、商 2499 を得ます。(盤面:350|249|900|343)

$2499 \div 35$  を考えることになりました。2499 のすぐ左隣に 7 を立て、 $7 \times 3=21$ 、 $7 \times 5=35$ 、 $7 \times 7=49$ 、右に 3 桁移動し  $7^3 = 343$  を引いて完了です。

## 2.13 練習問題

$\sqrt[3]{42,508,549} =$	$\sqrt[3]{60,420,873,024} =$
$\sqrt[3]{62,570,773} =$	$\sqrt[3]{39,096,286,984} =$
$\sqrt[3]{50,243,409} =$	$\sqrt[3]{37,293,180,821} =$

## 2.14 大きな立商をする例 (2)

$$\sqrt[3]{7,529,536} = 196$$

7|529|536 と分割し、初根 1 を立て  $1^3 = 1$  を引き、盤面左端に 3 を置き  $652 \div 3$  を計算します。商 217 を得た時点の盤面:010|217|019|536 です。

$217 \div 1$  を考えることになりましたが、この場合も 2.10 節と同様、217 のすぐ左隣に 9 を立商し、 $9 \times 1=9$ 、 $9 \times 9=81$  を引きます。(盤面:019|046|009|536)

46 と 3 をかけ戻し、 $9^3 = 729$  を引き、計算を続けます。この後特筆すべき内容はないので、説明は省略します。

## 2.15 練習問題

$\sqrt[3]{7,880,599} =$	$\sqrt[3]{26,463,592} =$
$\sqrt[3]{7,645,373} =$	$\sqrt[3]{728,028,431,936} =$

## 2.16 最後の立方が引けず、根の修正が必要な例

$$\sqrt[3]{24,137,569} = 289$$

24|137|569 と分割し、初根 2 を立て  $2^3 = 8$  を引き、盤面左端に 6 を置き  $1613 \div 6$  を計算します。商 268 を得た時点での盤面は 020|268|057|569 です。

$268 \div 2$  を考える際に、268 のすぐ左隣に 9 を立商し、 $9 \times 2 = 18$ 、 $9 \times 9 = 81$  を引きます。(盤面:029|007|057|569) 余り 7 を左端の 6 とかけ戻します。盤面は 029|000|477|569 で、次に  $9^3 = 729$  を引きたいところですが、盤面には 477 しか残っておらず引くことができません。これは、**2 桁目の根が 9 では多すぎた**ということを意味します。そこで、2 桁目の根 9 を 8 に修正します。盤面 028|000|477|569

今修正した桁 (8) から右にひとつ飛んで隣の桁から、次の二つの数を足します。<sup>1</sup>

- 修正前の根全体 (29)
- 修正後の根一桁 (8)

29 と 8 の合計 37 を足し (盤面:028|037|477|569)、37 の部分を余りと見なして左端の 6 とかけ戻しをします (盤面:028|002|697|569)。ここまでの操作で、最初から 2 桁目の根を 8 として計算を進めてきたのと同等の状況となっています。 $8^3 = 512$  を引き、盤面は 028|002|185|569 となります。

今決定した根 8 の 3 倍 24 を左端に足し (全体で 84)、 $218556 \div 84$  を考えます。この先の手順は同様のため、説明は省略します。なお、 **$268 \div 2$  を考える際に最初から 8 を立商できる**ようであれば、本節の方法は必要ありません。その方が好ましいことは言うまでもありません。

## 2.17 練習問題

$\sqrt[3]{6,751,269} =$	$\sqrt[3]{205,065,869,273} =$
$\sqrt[3]{4,019,679} =$	$\sqrt[3]{328,080,696,273} =$

## 2.18 根に 0 を含む例

- $\sqrt[3]{521,660,125} = 805$

521|660|125 と分割し、初根 8 を立て  $8^3 = 512$  を引き、盤面左に 3 倍の 24 を置きます。盤面は左端に 24、中央に 800|009|660|125 となっています。

$966 \div 24$  で 40 を盤面に置き、800|400|060|125 となります。ここで  $40 \div 8$  を計算すると立商は 8 の隣にならないので、2 桁目の根は 0 となることがわかります。この場合は  $966 \div 24$  時点の対象を 3 桁増やし、 $966012 \div 24$  を計算します。商 4025 を立てると盤面は 800|402|500|125 となりますので、 $4025 \div 80$  で 5 を立商し、 $5 \times 8 = 40$ 、 $5 \times 0 = 0$ 、 $5 \times 5 = 25$ 、最後に  $5^3 = 125$  を引き完了です。

- $\sqrt[3]{3,375,000} = 150$

端数処理がない場合、問題のゼロ 3 桁につき答のゼロ 1 桁となります。

<sup>1</sup>本来は二桁目の根に 8 を立て、 $28 \times 8$  で計算すべきところを、現在は  $29 \times 9$  で計算していることになるので、その差分を戻します。後の説明で  $29 + 8$  として 37 を戻していますが、37 は  $29 \times 9 = 261$  と  $28 \times 8 = 224$  の差分に一致します。一般論としては、上記 28 を  $A$ 、8 を  $B$  と考え、 $29 \times 9 - 28 \times 8$  を  $A$  と  $B$  で計算してみるとよいでしょう。 $(A+1)(B+1) - AB = A + B + 1 = (A+1) + B$  となり、ここでは  $A+1 = 29$  と  $B = 8$  を加えるという考え方で戻し方を紹介しています。

## 2.19 練習問題

$\sqrt[3]{1,157,625} =$	$\sqrt[3]{751,089,429} =$
$\sqrt[3]{29,218,112} =$	$\sqrt[3]{1,027,243,729} =$
$\sqrt[3]{68,417,929} =$	$\sqrt[3]{731,189,187,729} =$
$\sqrt[3]{350,402,625,000} =$	$\sqrt[3]{26,198,073,000} =$

## 2.20 小数問題の例

- $\sqrt[3]{722,941.859375} = 89.75$

722|941|859|375 のように小数点を境に 3 桁ずつ分割し、答の桁を判断します。この場合、端数処理がなければ、整数部 2 桁、小数部 2 桁の答となります。

- $\sqrt[3]{0.000016974593} = 0.0257$

0|000|016|974|593 のように 3 桁ずつ分割します。問題の小数以下ゼロ 3 桁につき、答の小数以下ゼロ 1 桁となります。問題の形式から、答は 0.0xxx となることがわかります。016 に着目し、 $2^3 = 8$  が 16 に最も近いので、初根を 2 として計算を進めます。

## 2.21 練習問題

検定試験で出題される問題では、端数処理が必要です。各問題ごとに右側に示される位未満四捨五入して、答を記入してみましょう。

$\sqrt[3]{24,389,000} =$	整数位	$\sqrt[3]{0.000000006332} =$	小数第 4 位
$\sqrt[3]{62.570773} =$	小数第 2 位	$\sqrt[3]{498,357,981} =$	整数位
$\sqrt[3]{738,763,264} =$	整数位	$\sqrt[3]{118,200,000} =$	整数位
$\sqrt[3]{0.143630847053} =$	小数第 4 位	$\sqrt[3]{110.212275433} =$	小数第 3 位
$\sqrt[3]{235,799,951.752} =$	小数第 1 位	$\sqrt[3]{710.9} =$	小数第 2 位
$\sqrt[3]{0.432081216} =$	小数第 3 位	$\sqrt[3]{237,119,189,500} =$	整数位
$\sqrt[3]{0.000551368} =$	小数第 3 位	$\sqrt[3]{0.00093} =$	小数第 3 位
$\sqrt[3]{68,468,125,571} =$	整数位	$\sqrt[3]{0.00408239} =$	小数第 4 位
$\sqrt[3]{498.677257} =$	小数第 2 位	$\sqrt[3]{73,701,375} =$	小数第 1 位
$\sqrt[3]{112,678,587} =$	整数位	$\sqrt[3]{46.46} =$	小数第 2 位

## 3 あとがき

開法計算は、四則演算以外の分野への珠算の応用例として、非常に洗練された技術と言えます。平方根の計算を珠算で行う場合、ほぼ除算と同等のスピード・感覚で計算することが可能です。立方根を珠算以外、例えば筆算で計算することは、実用上ほぼ不可能と言えるでしょう。

開法計算は、全国珠算教育連盟主催の珠算段位検定試験を受験する場合にのみ、勉強する方が多いと思います。しかし、せっかく珠算を学習され、一級合格程度の実力を身につけられた方々が、この素晴らしい技術を知らずにいるとすれば非常にもったいないことであると思います。

少しでも多くの方が、開法計算を通じ珠算の奥深さを味わっていただけることを願って止みません。

2006 年 9 月  
文責: kohzeki

## 4 練習問題解答

1.3

$\sqrt{169} =$	13	$\sqrt{225} =$	15
$\sqrt{121} =$	11	$\sqrt{256} =$	16
$\sqrt{576} =$	24	$\sqrt{729} =$	27
$\sqrt{961} =$	31	$\sqrt{784} =$	28

1.6

$\sqrt{55,696} =$	236	$\sqrt{65,536} =$	256
$\sqrt{17,956} =$	134	$\sqrt{83,521} =$	289
$\sqrt{48,841} =$	221	$\sqrt{2,518,569} =$	1,587
$\sqrt{99,856} =$	316	$\sqrt{8,485,569} =$	2,913
$\sqrt{97,344} =$	312	$\sqrt{3,948,169} =$	1,987
$\sqrt{4,558,225} =$	2,135	$\sqrt{386,436,964} =$	19,658
$\sqrt{9,759,376} =$	3,124	$\sqrt{998,433,604} =$	31,598
$\sqrt{4,888,521} =$	2,211	$\sqrt{616,826,896} =$	24,836
$\sqrt{446,181,129} =$	21,123	$\sqrt{885,122,001} =$	29,751

1.8

$\sqrt{1,024} =$	32	$\sqrt{1,521} =$	39
$\sqrt{1,849} =$	43	$\sqrt{2,401} =$	49
$\sqrt{2,304} =$	48	$\sqrt{5,929} =$	77
$\sqrt{7,744} =$	88	$\sqrt{6,084} =$	78
$\sqrt{2,025} =$	45	$\sqrt{9,801} =$	99

1.9

$\sqrt{104,976} =$	324	$\sqrt{40,005,625} =$	6,325
$\sqrt{191,844} =$	438	$\sqrt{60,000,516} =$	7,746
$\sqrt{777,924} =$	882	$\sqrt{70,006,689} =$	8,367
$\sqrt{630,436} =$	794	$\sqrt{17,464,041} =$	4,179
$\sqrt{100,489} =$	317	$\sqrt{69,989,956} =$	8,366
$\sqrt{80,156,209} =$	8,953	$\sqrt{2,036,626,641} =$	45,129
$\sqrt{56,640,676} =$	7,526	$\sqrt{3,498,604,201} =$	59,149
$\sqrt{18,395,521} =$	4,289	$\sqrt{9,634,207,716} =$	98,154
$\sqrt{13,133,376} =$	3,624	$\sqrt{7,743,296,016} =$	87,996

1.11

$\sqrt{40,401} =$	201	$\sqrt{1,002,001} =$	1,001
$\sqrt{90,601} =$	301	$\sqrt{4,032,064} =$	2,008
$\sqrt{651,249} =$	807	$\sqrt{82,446,400} =$	9,080
$\sqrt{672,400} =$	820	$\sqrt{65,723,449} =$	8,107

1.12

$\sqrt{121} = 11$	$\sqrt{674,041} = 821$
$\sqrt{178} = 13 \times$	$\sqrt{848,241} = 921$
$\sqrt{212} = 14 \times$	$\sqrt{4,004,010} = 2,001 \times$
$\sqrt{292} = 17 \times$	$\sqrt{9,036,072} = 3,006 \times$
$\sqrt{10,202} = 101 \times$	$\sqrt{1,024,148} = 1,012 \times$
$\sqrt{99,892} = 316 \times$	$\sqrt{6,260,008} = 2,502 \times$
$\sqrt{103,042} = 321 \times$	$\sqrt{2,262,160} = 1,504 \times$
$\sqrt{164,872} = 406 \times$	$\sqrt{2,025,720,640} = 45,008 \times$

1.14

$\sqrt{37,950.9361} = 194.81$	$\sqrt{1,017.865216} = 31.904$
$\sqrt{4.613904} = 2.148$	$\sqrt{81.04320576} = 9.0024$
$\sqrt{9.67769881} = 3.1109$	$\sqrt{16,814,100.25} = 4,100.5$
$\sqrt{0.01684804} = 0.1298$	$\sqrt{0.5027519025} = 0.70905$
$\sqrt{0.00000008988004} = 0.0002998$	$\sqrt{0.000062378404} = 0.007898$

1.15

$\sqrt{258,064} = 508$	整数位	$\sqrt{665,492.7} = 815.8$	小数第 1 位
$\sqrt{20,976,400} = 4,580$	整数位	$\sqrt{592,770} = 770$	整数位
$\sqrt{0.12680721} = 0.3561$	小数第 4 位	$\sqrt{0.64681805} = 0.8042$	小数第 4 位
$\sqrt{81.1801} = 9.01$	小数第 2 位	$\sqrt{960,230,509.8} = 30,987.6$	小数第 1 位
$\sqrt{12,574,825.21} = 3,546.1$	小数第 1 位	$\sqrt{62,438,927} = 7,902$	整数位
$\sqrt{2,025.9001} = 45.01$	小数第 2 位	$\sqrt{0.0002162369} = 0.0147[0]$	小数第 5 位
$\sqrt{0.006675216804} = 0.081702$	小数第 6 位	$\sqrt{1,225,580,000} = 35,008$	整数位
$\sqrt{1,674,282,724} = 40,918$	整数位	$\sqrt{56.56408} = 7.5209$	小数第 4 位
$\sqrt{357,604} = 598$	整数位	$\sqrt{0.1610923} = 0.4014$	小数第 4 位
$\sqrt{81.75414724} = 9.0418$	小数第 4 位	$\sqrt{0.019379000001} = 0.139208$	小数第 6 位

2.3

$\sqrt[3]{1,331} = 11$	$\sqrt[3]{32,768} = 32$
$\sqrt[3]{1,728} = 12$	$\sqrt[3]{35,937} = 33$
$\sqrt[3]{2,197} = 13$	$\sqrt[3]{9,261} = 21$
$\sqrt[3]{10,648} = 22$	$\sqrt[3]{29,791} = 31$

2.5

$\sqrt[3]{74,088} = 42$	$\sqrt[3]{614,125} = 85$
$\sqrt[3]{140,608} = 52$	$\sqrt[3]{592,704} = 84$
$\sqrt[3]{753,571} = 91$	$\sqrt[3]{884,736} = 96$
$\sqrt[3]{148,877} = 53$	$\sqrt[3]{830,584} = 94$

2.7

$\sqrt[3]{3,375} = 15$	$\sqrt[3]{110,592} = 48$
$\sqrt[3]{91,125} = 45$	$\sqrt[3]{175,616} = 56$
$\sqrt[3]{185,193} = 57$	$\sqrt[3]{17,576} = 26$
$\sqrt[3]{19,683} = 27$	$\sqrt[3]{681,472} = 88$

2.7

$\sqrt[3]{2,097,152} = 128$	$\sqrt[3]{766,060,875} = 915$
$\sqrt[3]{17,173,512} = 258$	$\sqrt[3]{961,504,803} = 987$
$\sqrt[3]{52,734,375} = 375$	$\sqrt[3]{447,697,125} = 765$
$\sqrt[3]{31,255,875} = 315$	$\sqrt[3]{31,464,710,893} = 3,157$
$\sqrt[3]{237,176,659} = 619$	$\sqrt[3]{381,551,383,277} = 7,253$

2.11

$\sqrt[3]{59,319} = 39$	$\sqrt[3]{5,832} = 18$
$\sqrt[3]{205,379} = 59$	$\sqrt[3]{21,952} = 28$
$\sqrt[3]{328,509} = 69$	$\sqrt[3]{4,913} = 17$

2.13

$\sqrt[3]{42,508,549} = 349$	$\sqrt[3]{60,420,873,024} = 3,924$
$\sqrt[3]{62,570,773} = 397$	$\sqrt[3]{39,096,286,984} = 3,394$
$\sqrt[3]{50,243,409} = 369$	$\sqrt[3]{37,293,180,821} = 3,341$

2.15

$\sqrt[3]{7,880,599} = 199$	$\sqrt[3]{26,463,592} = 298$
$\sqrt[3]{7,645,373} = 197$	$\sqrt[3]{728,028,431,936} = 8,996$

2.17

$\sqrt[3]{6,751,269} = 189$	$\sqrt[3]{205,065,869,273} = 5,897$
$\sqrt[3]{4,019,679} = 159$	$\sqrt[3]{328,080,696,273} = 6,897$

2.19

$\sqrt[3]{1,157,625} = 105$	$\sqrt[3]{751,089,429} = 909$
$\sqrt[3]{29,218,112} = 308$	$\sqrt[3]{1,027,243,729} = 1,009$
$\sqrt[3]{68,417,929} = 409$	$\sqrt[3]{731,189,187,729} = 9,009$
$\sqrt[3]{350,402,625,000} = 7,050$	$\sqrt[3]{26,198,073,000} = 2,970$

2.21

$\sqrt[3]{24,389,000} = 290$	整数位	$\sqrt[3]{0.000000006332} = 0.0019$	小数第 4 位
$\sqrt[3]{62.570773} = 3.97$	小数第 2 位	$\sqrt[3]{498,357,981} = 793$	整数位
$\sqrt[3]{738,763,264} = 904$	整数位	$\sqrt[3]{118,200,000} = 491$	整数位
$\sqrt[3]{0.143630847053} = 0.5237$	小数第 4 位	$\sqrt[3]{110.212275433} = 4.794$	小数第 3 位
$\sqrt[3]{235,799,951.752} = 617.8$	小数第 1 位	$\sqrt[3]{710.9} = 8.92$	小数第 2 位
$\sqrt[3]{0.432081216} = 0.756$	小数第 3 位	$\sqrt[3]{237,119,189,500} = 6,190$	整数位
$\sqrt[3]{0.000551368} = 0.082$	小数第 3 位	$\sqrt[3]{0.00093} = 0.098$	小数第 3 位
$\sqrt[3]{68,468,125,571} = 4,091$	整数位	$\sqrt[3]{0.00408239} = 0.1598$	小数第 4 位
$\sqrt[3]{498.677257} = 7.93$	小数第 2 位	$\sqrt[3]{73,701,375} = 419.3$	小数第 1 位
$\sqrt[3]{112,678,587} = 483$	整数位	$\sqrt[3]{46.46} = 3.59$	小数第 2 位